

RECURSOS DIDÁCTICOS PARA EL APRENDIZAJE COMPLEJO DE LA GEOMETRÍA ANALÍTICA

S. Raichman^(a), E. Totter^(a), D. Videla^(a), L. Collado^(a),
F. Codina^(a), G. Molina^(a), I. Cascone^(a)

(a) Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Cuyo, Mendoza, Argentina,
sraichman@fing.uncu.edu.ar, etotter@fing.uncu.edu.ar, dvidela@fing.uncu.edu.ar,
lcollado@fing.uncu.edu.ar, fcodina@fing.uncu.edu.ar, gmolina@fing.uncu.edu.ar,
icascone@fing.uncu.edu.ar

Resumen

En la asignatura Geometría Analítica en Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Cuyo, se implementa un modelo pedagógico enmarcado dentro de la metodología de Investigación - Acción, que promueve el desarrollo de habilidades asociadas al pensamiento complejo y capacidades que aportan a competencias profesionales. El trabajo en el espacio tridimensional exige el manejo apropiado y simultáneo de aspectos gráficos y analíticos que implican grandes dificultades para los alumnos ingresantes. Se plantea así el desafío de abrir nuevas puertas al aprendizaje, que lo potencien y enriquezcan a partir de intervenciones educativas con el uso de materiales didácticos especialmente diseñados para tal fin. Se presentan en este trabajo recursos para el aprendizaje complejo de contenidos de la geometría analítica espacial, que se integran en los diferentes escenarios de interacción e interaprendizaje del mencionado modelo pedagógico. Dichos recursos se clasifican en cinco grupos en función de las intencionalidades educativas priorizadas para su utilización: recursos para el desarrollo de contenidos, para la exploración y la experimentación, para la articulación con otros espacios curriculares, para la integración de contenidos y para promover la autonomía en el aprendizaje. A partir de una apropiada selección de actividades para su empleo, se busca potenciar la comprensión profunda de conceptos y la resolución de problemas en el espacio tridimensional que involucran a los lugares geométricos en estudio.

Palabras-clave: aprendizaje complejo, recursos didácticos, geometría.

1. INTRODUCCIÓN

Geometría Analítica es una asignatura que se desarrolla en el primer semestre de primer año para todas las carreras de Ingeniería y para la Licenciatura en Ciencias de la Computación, en Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Cuyo. En este espacio curricular se implementa un modelo pedagógico enmarcado dentro de la metodología de Investigación - Acción, que promueve el desarrollo de habilidades asociadas al pensamiento complejo y capacidades que aportan a competencias profesionales (*Verdejo y Freixas, 2009*).

La visualización y representación de lugares geométricos en el espacio tridimensional exige el manejo apropiado y simultáneo de aspectos gráficos y analíticos que implican grandes dificultades para los actuales ingresantes. Se plantea así el desafío de abrir nuevas puertas al aprendizaje, que lo potencien y enriquezcan a partir de actividades significativas con el uso de recursos didácticos especialmente diseñados para tal fin. El modelo pedagógico está conformado por escenarios interacción e interaprendizaje (*Raichman, et al., 2017*) que habilitan la participación activa, comprometida y responsable de los estudiantes, promoviendo la comprensión profunda, el uso reflexivo y la transferencia del nuevo conocimiento.

En este trabajo se presentan recursos didácticos para el aprendizaje complejo de contenidos de la geometría analítica espacial, destinados a potenciar y enriquecer la resolución de problemas que involucran a los lugares geométricos en estudio, en contextos que resulten significativos para los estudiantes.

2. RECURSOS DIDÁCTICOS Y SU CLASIFICACIÓN

Los recursos didácticos se utilizan en actividades áulicas y extra-áulicas, integrados en los diferentes escenarios de interacción e interaprendizaje del modelo pedagógico de la asignatura. En función de las intencionalidades educativas priorizadas para su utilización, se clasifican en cinco grupos: recursos didácticos para el desarrollo de contenidos, para la exploración y la experimentación, para la articulación con otros espacios curriculares, para la integración de contenidos y para promover la autonomía en el aprendizaje. Cabe señalar que varios de estos recursos pueden alojarse en una plataforma educativa virtual, la cual constituye tanto una tecnología transmisiva, como colaborativa e interactiva, (Raichman, *et.al.*, 2013), que promueve el desarrollo de habilidades tecnológicas y comunicativas, a la vez que brinda a los docentes la posibilidad de realizar seguimientos específicos de los estudiantes.

2.1. Recursos didácticos para el desarrollo de contenidos

El escenario de desarrollo de contenidos tiene como eje el trabajo en dos modalidades: Aula Teórico - Práctica y Aula - Taller (Raichman y Totter, 2008). Teniendo en cuenta que la selección de un material de estudio apropiado entre variados textos con lenguajes simbólicos y enfoques diferentes, es una tarea para la cual el estudiante recién ingresante, en general no está aún preparado para realizar, el texto de cátedra es un valioso y necesario recurso para los escenarios de desarrollo de contenidos. Éste se incorporó por primera vez en el ciclo lectivo 2013 en formato papel (Raichman y Totter, 2013) y en 2016 en formato digital (Raichman y Totter, 2016).

La Guía de Trabajos Prácticos, (Raichman *et.al.*, 2018) que incluye ejercicios y problemas a resolver en el Aula Teórico - Práctica y en el Aula - Taller, así como también los ejercicios complementarios, constituye otro recurso importante presente en este escenario. Se plantean problemas de aplicación que resulten de interés y que a la vez se encuentren en un nivel apropiado para el recién ingresante a carreras científico-tecnológicas.



78. Un río es cruzado por una carretera por medio de un puente cuyo arco central tiene la forma de media *elipse*. En el centro del arco la altura es de 20 m. El ancho total del arco elíptico es de 50m.



- Determine la ecuación de la *elipse* que describe este puente.
- A una distancia de 5m de cada uno de los pilares, se encuentran estructuras de protección para los mismos. ¿Cuál es la altura del arco del puente en correspondencia con estos elementos?
- Represente gráficamente.

Figura 1. Ejemplo de aplicación en la Guía de Trabajos Prácticos.

2.2. Recursos didácticos para la exploración y la experimentación

Los recursos didácticos para la exploración y la experimentación están destinados al desarrollo de capacidades de tipo exploratorio, de visualización, de comprensión y de reflexión. Estos se refieren tanto a las aplicaciones informáticas interactivas y simulaciones computacionales, (Raichman y Totter, 2015), como a los dispositivos experimentales (Molina, *et.al.*, 2018). En el caso de estos últimos, se busca favorecer la apropiación de modelos matemáticos y la resolución de problemas, mediante la manipulación, observación y exploración sobre objetos concretos. En la Fig. 2 se muestran dos prototipos asociados al paraboloide hiperbólico, uno materializado con sogas, resaltando la característica de superficie reglada, y otro en tela elástica para la

conceptualización de superficie continua. Con el uso de un nivel láser se visualizan las trazas y las curvas de intersección con planos paralelos a los planos coordenados.



Figura 2. Paraboloide hiperbólico

En la Fig. 3 se ilustra uno de las aplicaciones informáticas diseñadas con el software libre Geogebra ([Raichman y Totter, 2015](#)). Estos recursos permiten al estudiante explorar libremente y trabajar según sus propios ritmos de estudio. La adecuada integración de estas tecnologías como recursos de mediación del aprendizaje, enriquecen el modelo pedagógico del cual forman parte.

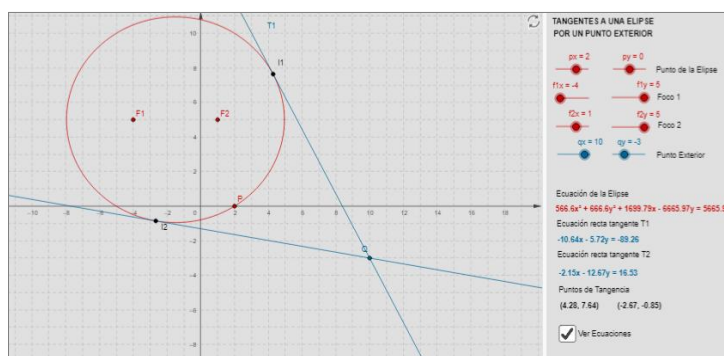


Figura 3. Aplicación informática: rectas tangentes a una elipse por un punto exterior.

2.3. Recursos didácticos para la articulación con otros espacios curriculares

Teniendo en cuenta que el aprendizaje complejo tiene como meta la integración de conocimientos, habilidades y actitudes en una base de conocimiento rica e interconectada, se considera sustancial la articulación de contenidos del espacio curricular de formación básica con contenidos de otras asignaturas de la propia área y con contenidos del área de formación específica ([Raichman, et.al., 2017](#)). Es así que se diseñan e implementan actividades de articulación de Geometría Analítica con Análisis Matemático I, Cálculo Numérico y Computación, Análisis Matemático II, Estabilidad II e Introducción a la Programación ([Raichman y Pacini., 2017](#)). En estos escenarios los recursos didácticos se refieren a las guías de trabajo en las que se plantea a los estudiantes las actividades a realizar en el marco de la articulación definida, o bien a los ejercicios acordados entre los responsables de los espacios curriculares y que son incluidos en la Guía de Trabajos Prácticos de la asignatura.

2.4. Recursos didácticos para la integración de contenidos

En el escenario de interacción e interaprendizaje destinado a integrar contenidos, se plantea el desarrollo de un trabajo integrador, definido al inicio del curso para todos los estudiantes y asociado a una situación problema de interés para su formación profesional ([Raichman, et.al., 2017](#)). A partir de la resolución del problema de aplicación seleccionado, en este Trabajo Integrador de Conocimientos de Geometría Analítica, se busca que los estudiantes: planifiquen

estrategias para la resolución de problemas geométricos a partir de la identificación de los datos, la representación de los mismos y el establecimiento de relaciones, integrando los conocimientos adquiridos en una situación problema concreta; analicen e interpreten resultados; sean metódicos en la exposición y en el registro de la información; se comuniquen con precisión y claridad en forma oral y escrita.

El problema integrador de Geometría Analítica del ciclo lectivo 2018 se refiere al cierre de un espacio definido por una planta dada, en el que se trabaja en una primera etapa con dos cubiertas planas, formulando problemas que incluyen contenidos de vectores, rectas y planos (Raichman, et.al., 2018). Se plantea luego la necesidad de utilizar un paraboloides hiperbólico para dicha cubierta, involucrando contenidos referidos a cónicas y superficies cuádricas (Fig. 4). A medida que se avanza en los desarrollos de los contenidos del curso, el estudiante resuelve cada parte del problema integrador, cuyas respuestas podrá ir cotejando con las incluidas al final del documento elaborado. La realización del Trabajo Integrador de Conocimientos durante el desarrollo del curso promueve el aprendizaje significativo y un mejor rendimiento en las instancias de evaluaciones parciales durante el cursado, así como también en el Examen Final de la asignatura.

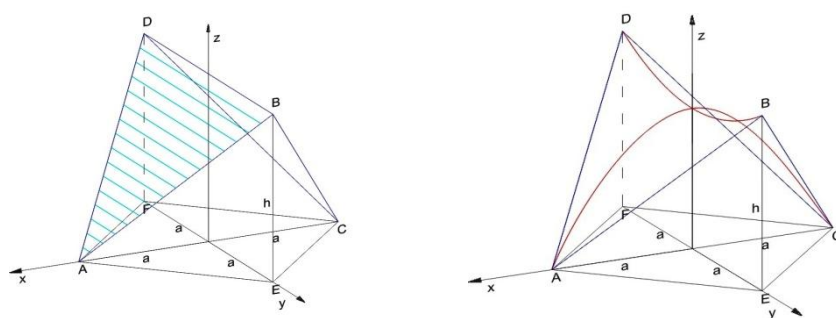


Figura 4. Datos para el Trabajo Integrador de Conocimientos 2018.

2.5. Recursos didácticos para promover la autonomía en el aprendizaje

Dentro de los recursos didácticos destinados a promover la autonomía en el aprendizaje se encuentran los siguientes: las autoevaluaciones contenidas en el texto de cátedra (Raichman y Totter, 2016); la Guía de Trabajos Prácticos Complementarios destinada al trabajo extra-áulico de los estudiantes; los Tests en el Espacio Virtual de Geometría Analítica dentro del Campus Virtual UNCuyo; las actividades sugeridas en el Libro Interactivo de Geometría Dinámica y el Trabajo Integrador de Conocimientos descrito en el apartado anterior.

CONCLUSIONES

Se han presentado variados recursos didácticos clasificados en cinco grupos en función de las intencionalidades educativas priorizadas para su utilización. Estos recursos se integran en los escenarios de interacción e interaprendizaje del modelo pedagógico de la asignatura, los cuales están destinados a promover y acompañar el aprendizaje complejo de la Geometría Analítica en el inicio de las trayectorias académicas en carreras científico-tecnológicas.

El diseño y programación de actividades y situaciones de aprendizaje adecuadas que integran y articulan el trabajo con el texto de cátedra y con recursos computacionales y experimentales, favorece la generación de puentes cognitivos apropiados con creciente autonomía en el aprendizaje. De este modo se enriquecen y potencian los procesos comprensivos y reflexivos, y la aplicación y transferencia del nuevo conocimiento, teniendo como horizonte formativo el perfil del futuro profesional.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Verdejo, P; Freixas, R., (2009). *Educación para el pensamiento complejo y competencias: Diseño de tareas y experiencias de aprendizaje*. Aseguramiento de la Calidad en la Educación y en el Trabajo. Innova Cesal. S.C. México.

Raichman, S.R., Mirasso, A.E., Totter, E., (2017). *Escenarios de interacción para el aprendizaje complejo en el área de ciencias básicas en carreras de Ingeniería*. Educación científica e inclusión sociodigital: IX Congreso Iberoamericano de Educación Científica y del I Seminario de Inclusión Educativa y Sociodigital. Ed. lit.: L. Dubini, M.X. Erice, D. Meziat Luna, M. García Astete, L. Bengochea Martínez, Vol. 1, 2017. Pedagogía y didáctica de las ciencias experimentales, matemáticas e ingenierías. ISBN 978-84-16978-19-9, págs. 248-256.

Raichman, S., Sabulsky, G. Totter, E. (Coords) Orta, M., Verdejo, P. (2013). *Estrategias para el desarrollo de innovaciones educativas basadas en la utilización de Tecnologías de la Información y Comunicación*. En: Estrategias para el uso de tecnologías de información y comunicación en los procesos de aprendizaje. ISBN: 978-607-502-267-3, Innova Cesal, México. http://www.innovacesal.org/innova_public_docs01_innova/ic_publicaciones_2012/pubs_ic/pub_04_doc03.pdf

Raichman, S.R., Totter, E., (2008). *Aula - Taller de Geometría Analítica en Carreras de Ingeniería*. Latin American and Caribbean Journal of Engineering Education, Vol 2, N° 1, pp. 7-12. <http://journal.laccei.org/index.php/lacjee/article/view/20>

Raichman, S.R., Totter, E., (2013). *Geometría Analítica para Ciencias e Ingenierías*. Aval académico y auspicio de Facultad de Ingeniería, Res CD N° 30/2013, Facultad de Ingeniería UNCuyo. 182 páginas. ISBN: 978-987-1389-15-5. Editorial Ex-Libris, Mendoza, Argentina.

Raichman, S.R., Totter, E., (2016). *Geometría Analítica para Ciencias e Ingenierías*. Edición digital. Universidad Nacional de Cuyo. 220 páginas. Fecha de edición: Febrero de 2016. ISBN: 978-987-575-125-5. Dirección URL del libro: <http://bdigital.uncu.edu.ar/7224>

Raichman, S.R., Totter, E., Videla, D., Collado, L., Codina, F., Molina, G., Cascone, I., (2018). *Guía de Trabajos Prácticos de Geometría Analítica 2018*. Facultad de Ingeniería, UNCuyo, 37 páginas. 2018. https://fing.uncu.edu.ar/catedras/geometria_analitica.

Raichman, S.R., Totter, E., (2015). *Geometría Dinámica para Ciencias e Ingenierías. Libro Interactivo GeoGebra para el estudio de la Geometría Analítica para Ciencias Exactas, Ingeniería y Arquitectura*. <http://tube.geogebra.org/student/bnIUUDqE>.

Molina, G. Raichman, S. Collado, L. Ochoa, P., (2018). *Prototipos para la visualización y exploración de lugares geométricos en el espacio tridimensional*. Congreso Latinoamericano de Ingeniería y Ciencias Aplicadas; compilado por A. Ordoñez; M. Barrera; C. Flores - 1a ed. - San Rafael: FCAI, UNCuyo, 2018. Libro digital, ISBN 978-987-46333-1-6 1. Ingeniería. 2. Actas de Congresos. I pág 276.

Raichman, S.R., Pacini, E., (2017), *Intervención educativa de articulación entre las asignaturas Introducción a la Programación y Geometría Analítica*, IX Encuentro de Investigadores y Docentes de Ingeniería (EnIDI 2017), Mendoza, 2017. En prensa. Mendoza.

Raichman, S.R., Molina, G. Codina, F. Collado, L., (2018). *Problemas integradores para el aprendizaje complejo de la Geometría Analítica en carreras científico-tecnológicas*. Congreso Latinoamericano de Ingeniería y Ciencias Aplicadas; compilado por A. Ordoñez; M. Barrera; C. Flores- 1a ed. - San Rafael: FCAI UNCuyo, 2018. Libro digital, ISBN 978-987-46333-1-6 1. Ingeniería. 2. Actas de Congresos. I pág 262.